The Domain of Validity of the KdV-type Rossby Solitons in the Shallow Water β-plane Model

京大・理　地球物理　矢　野　順　一

大気・海洋（両者とも英語では複数形になることに注意）の現象を流体力学的な観点から統一的に理解しようという立場から，比較的近年登場してきた分野が，地球流体力学（Geophysical Fluid Dynamics ; J.Pedlosky, 1979年, Springer-Verlag 刊の教科書のタイトルでもある）である。地球流体系（大気・海洋）に共通した大きな性質の１つは，それが回転系であることである。そして，この回転系に典型的に現われる波動の１つが，Rossby 波であり，ここで考えようとしているのは，このRossby 波が KdV 型の soliton になる場合についてである。

地球流体力学において重要なことの１つは，時間・空間のスケールの問題である。一般に，地球流体系では，様々の時間・空間スケールの現象がおりまざりあって起こっている。たとえば，積雲対流は，数時間，数kmのスケールで起こる現象であるのに対し，数10年以上の長い時間スケールで気候の変動が起こっており，また，長い波長のRossby波は，１万kmにも及ぶ。したがって，地球流体力学においては，どのような時間・空間のスケールの現象を問題にしているかを，常に，明確にしなければならない。ここで，問題にしようとしているのは，Rossby 波がいかなる時間・空間のスケールの領域（domain）において，KdV 型 soliton として振るまうか？言い代えると，KdV 方程式によって（正確には，東西方向の依存性が；南北依存性は別の方程式で決定されることになる）有効（validity）に記述されるか？ということである。

ところで，注意すべき点は，Rossby 波は気圧傾度力とコリオリ力がほぼバランスした状態（地衡風平衡）の下にあることである。この地衡風平衡の下では，孤立波（soliton）は，同時に，孤立渦となる。したがって，Rossby soliton が地球流体系における様々の孤立渦（メキシコ湾流に伴った渦，木星大気の大赤斑やその他のspots，など）のモデルとなることが期待されるわけである。

地球流体における soliton（KdV 型でない，あるいは，Rossby 波でないものも含めて）については，すでに，多くの研究が行なわれている（たとえば，Malanotte-Rizzoli, 1982, *Advances in Geophysics*, **24**, 147－224 の review）が，それらは，すべて，ある特定

の時間・空間スケールにおいてsolitonが可能であることを示したものにすぎず，地球流体において，soliton がどこまで普遍性をもった概念なのか？という問いには答えることはできないでいる。そこで，この点について，単純な β- 平面浅水モデル (shallow water β-plane model) を用いて，KdV 型Rossby soliton の場合について，調べてみた。

Rossby 波が生み出されるのは，自転角速度の鉛直成分 f (水平速度成分の受けるコリオリカの大きさを決める；一般に，地球流体では，運動は，ほぼ水平２次元的なので，自転角速度の水平成分の方は無視できる) が緯度とともに変化するためである。そこで，単純化して，自転角速度の鉛直成分 f の１次の変化率 $\beta \equiv \mathrm{d}f/\mathrm{d}y$ のみ考慮して， $f = f_0 + \beta y$ とおいて，地球の球面の曲率による他のすべての効果を無視しても，Rossby 波の本質は失なわれない。これが， β- 平面近似である。[ここで，yは規準とする緯度から北向きに測った距離。] さらに，十分に浅い水槽の極限を考えたのが， β- 平面浅水モデルである。このとき，流体は，鉛直シアーを持たず，純粋に２次元的に運動する。ただし，水面の波立ち (変位) に応じて，水平発散と収束は生じうる。ここでは，さらに，基本場として，任意の東西流 (基本帯状流) が存在する場合を考えた。

考える東西・南北スケールをそれぞれ，L_x, L_y として，方程式系を無次元化してやると，方程式系のスケールを規定する無次元パラメーターとして，次の５つが与えられる：

$\hat{\varepsilon} \equiv U/f_0 L_y$： 基本帯状流についてのRossby 数 (基本帯状流のorder U を規定する)

$\hat{\beta} \equiv \beta L_y/f_0$ ： 前出の β ($\equiv \mathrm{d}f/\mathrm{d}y$) を無次元化したパラメーター

$\hat{s} \equiv gH/f_0^2 L_y^2$：成層の無次元パラメーター (重力 g とコリオリ項 f_0 の相対的重要性を表わす)

$\hat{r} \equiv L_y/L_x$： 東西・南北スケール比

ε ： 基本帯状流に対する波の振幅の相対的 order

問題は，これら５つの無次元パラメーターがいかなる条件を満たすとき，Rossby 波 (の東西依存性) は，KdV 方程式で記述されるか，ということである。

このための必要十分条件は，明らかに次の３つに要約できる：

(1) Rossby波が，$\Delta\omega \sim k^3$ の形の弱い分散性をもつ (ここで， k は東西方向の波数)

(2) 弱い分散性 $\Delta\omega \sim k^3$ による項 U_{xxx} と UU_x の形の非線形項がバランスする (ここで，x は東向きの座標)

(3) $U_{xxx} \sim UU_x$ のバランスが成り立つorder で支配方程式に他の余分の項 (具体的には，他の形の非線形項) が入ってこない。

(1) の条件は，Rossby 波の分散関係式より，容易に決定される。(2)の条件は，ポテンシ

ャル渦度の保存式(式の具体的な形は，上記のPedlosky の教科書を参照)において，卓越する非線形項が分散項と同じ orderになる条件を調べればよい。(3)の条件も，ポテンシャル渦度の保存式を用いて，同様に調べることができる。

このようにして調べてみた結果，β平面浅水モデルの場合，いかなる基本場の条件($\hat{\varepsilon}$, $\hat{\beta}$, $\hat{s}$)の下［ただし，$\hat{\varepsilon}\lesssim 1$，$\hat{\beta}\lesssim 1$］であっても，波の振幅$\varepsilon$が適当な大きさ以下であり，東西・南北比$r$が$\varepsilon$で決定されるorder をもちさえすれば，KdV型 Rossby solitonは，いつでも可能であることが示された。これは，地球流体系において，soliton のモデルが普遍性をもったものであることを暗示している(もちろん，単純な浅水モデルが用いられているので，現実の現象に適用するためには，より詳細な検討が必要であるが,)。また，それまで個々別々に行なわれてきたKdV型 Rossby soliton のモデルどうしの関係を明らかにすることができた。さらに，興味深い点として，今までのモデルは，東西に横長($r\ll 1$)の孤立波の場合に限られていたが，適当な条件の下では，南北に縦長($r\gg 1$)のRossby soliton も可能であることが示された。

［補記］　くわしい内容と結果については，辻村　豊氏(気象大学校)との共署で，*Dynamics of Atmospheres and Oceans* に投稿中なので，それを御覧いただきたい。また，地球流体における soliton 一般については，近く，日本気象学会から出版される気象研究ノート「惑星大気」で，辻村　豊氏による解説が載せられる予定である。

不安定系とソリトン過程

九大・応力研　矢　嶋　信　男

不安定な系でソリトンはどのようにふるまうであろうか。ここでは，一つの例として，プラズマ内に電子ビームを入射する場合を考えてみよう。ラングミュア振動数をω_0，ビーム速度をVとすると

$$kV \simeq \omega_0$$

の波数kを持った波は不安定となる。Vが電子の熱速度にくらべて十分大きければ，励起される波の波長は十分長い。いっぽう，このような長波長のラングミュア波はポンダロモテイブ力